

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
République Algérienne Démocratique et Populaire
وزارة التعليم العالي والبحث العلمي
Ministère de l'enseignement supérieur et de la recherche scientifique

Université Mohamed Khider – Biskra
Faculté des Sciences et de la Technologie
Département : Génie Mécanique
Réf. :.....



جامعة محمد خيضر بسكرة
كلية العلوم والتكنولوجيا
قسم: الهندسة الميكانيكية
المرجع:.....

Travaux Pratiques

***POLYCOPIE DE RESISTANCE DES
MATERIAUX POUR DEUXIEME ANNEE
TRONC COMMUN***

***Dr. GUERIRA BELHI
Février 2017***

Préface

Le TP RDM fait partie intégrante du cours Résistance Des Matériaux. Le professeur S.P. Timochenko ayant introduit, pour la première fois, le TP RDM dans le programme de cours en 1908, à l'institut polytechnique de Kiev, écrit : « ... L'ensemble des méthodes d'analyse servant à la détermination des efforts intérieurs, ainsi que les procédés qu'autorisent celles-ci lors de l'étude expérimentale de la résistance des matériaux de construction font l'objet de la science de résistance des matériaux ».

Le programme de formation moderne prévoit la réalisation d'un cycle de travaux pratiques au cours desquels sont à résoudre deux problèmes essentiellement différents. D'une part, on procède à la vérification expérimentale des hypothèses admises, afin d'établir les différentes relations de calcul fondées sur ces dernières. D'autre part, le calcul d'une structure ou de ses différents éléments ne peut être effectué sans que les caractéristiques mécaniques du matériau ne soient connues : contrainte admissible, constantes élastiques du matériau (modules d'élasticité E et G , coefficient de Poisson ν) qui sont déterminées expérimentalement.

Ainsi, les principales tâches incombant au TP RDM sont : l'étude des propriétés des matériaux et détermination de leurs caractéristiques mécaniques ; vérification expérimentale des hypothèses (restrictions simplificatrices), validation des relations, de calcul, principales en comparant les résultats théoriques avec les données empiriques.

Le présent polycopié TP RDM, s'adresse aux étudiants de 2^o Année LMD science technologiques. Lors de la description des travaux pratiques, sont mentionnés :

- leur contenu et but ;
- description des caractéristiques des installations (ou machines) utilisées ;
- méthode pratiques de réalisation du TP et traitements des résultats.

Sommaire

I Essai de traction	01
2. Essai de compression	09
3. Essai de résilience Charpy-Résistance au choc	13
4. ESSAI DE TORSION	20
5. Essai de flexion	28
6. Essai de dureté	35
Références bibliographiques	39
Annexes	40

1. Essais mécaniques

Introduction

On distingue essentiellement deux types d'essais mécaniques :

- a. Essai destructif pendant lequel l'éprouvette est détruite.
- b. Essai non destructif à la suite duquel l'éprouvette n'est pas détruite.

Dans ce qui suit, nous allons étudier les essais mécaniques destructifs suivants :

- A. essais de traction et de compression ;
 - B. essai de flexion;
 - C. essai de torsion ;
 - D. essai de résilience.
-

I Essai de traction

L'essai de traction permet à lui seul de définir les caractéristiques mécaniques courantes utilisées en RDM. La seule connaissance des paramètres de l'essai de traction permet de prévoir le comportement d'une pièce sollicitée en traction.

1. Objectif de l'essai

1.1 Définir ce qui suit :

- Contrainte et déformation conventionnelles ; contrainte et déformation réelles ;
- courbes contrainte-déformation réelle et conventionnelle.

1.2 Déterminer à partir d'une courbe d'essai de traction les caractéristiques mécaniques suivantes :

- a. le module d'élasticité ou module de Young E ;
- b. la limite de proportionnalité σ_{pr} ;
- c. la limite d'élasticité σ_e ;
- d. la limite conventionnelle d'élasticité $\sigma_{0,2}$;
- e. la résistance à la traction (contrainte ultime) σ_u ;
- f. l'allongement à la rupture δ ;
- g. la striction à la rupture Z ;
- h. le coefficient de Poisson ν .

2. Eprouvettes

Les éprouvettes de l'essai de traction uniaxiale ordinaires sont de forme généralement cylindrique ou plate, elles sont soigneusement polies et calibrées figure1.

La longueur de la partie calibrée l_0 doit être proportionnelle à la section selon l'expression empirique suivante :

$$l_0 = K \cdot \sqrt{S_0} \text{ avec } K = 5,65;$$

$$\text{ou } l_0 = 5,65 \cdot \sqrt{S_0} \approx 5d_0;$$

l_0 – longueur initiale de l'éprouvette (mm) ;

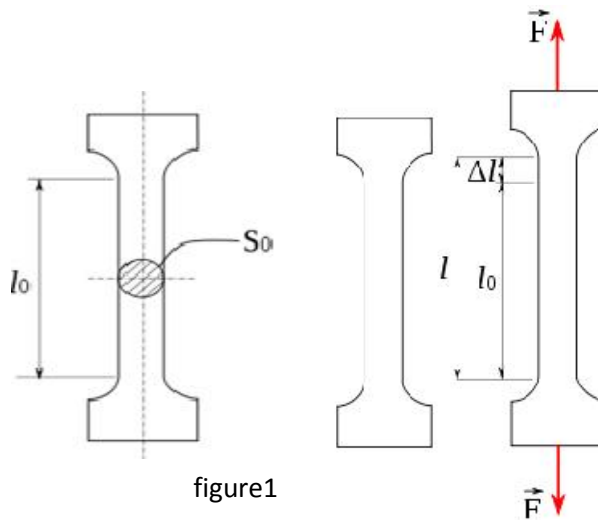
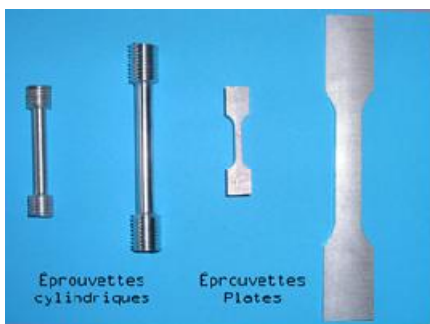


figure1

S_0 – section constante de l'éprouvette (mm^2).

3. Machine d'essai de traction

L'essai est réalisé sur une machine de traction, figure 2, en appliquant lentement et progressivement un effort de traction croissant, dont l'intensité varie de 0 jusqu'à F , sur une éprouvette maintenue solidement entre les mâchoires de la machine. Des appareils adaptés à la machine permettent de mesurer à chaque instant l'effort de traction ou la charge et l'allongement de l'éprouvette.

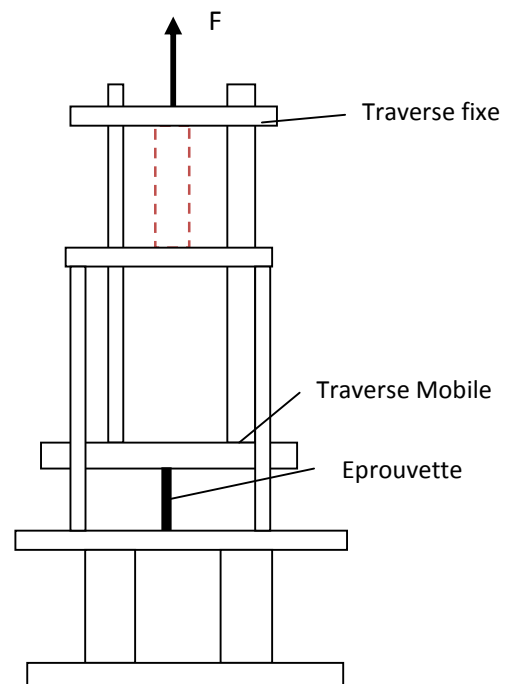


Fig.2. Machine d'essai de traction

4. Principe

Soumettre une éprouvette à un effort de traction jusqu'à la rupture dans l'intention de déterminer les

caractéristiques mécaniques d'un matériau donné.

5. Courbe conventionnelle contrainte-déformation

Rappelons que la courbe de traction charge-déplacement, $F = f(\Delta l)$ où $\Delta l = l - l_0$ étant l'allongement absolu de l'éprouvette suite à l'application de la charge F (fig.1), est une caractéristique de l'échantillon. Celle-ci peut être modifiée de façon que les résultats obtenus ne soient fonction que du matériau étudié et non de la géométrie de l'éprouvette. Ainsi, on obtient $\sigma = f(\varepsilon)$ [courbe contrainte-déformation] pour laquelle :

$$\sigma = \frac{F}{S_0} \text{ et } \varepsilon = \frac{\Delta l}{l_0}$$

5.1 Forme classique d'une courbe de traction

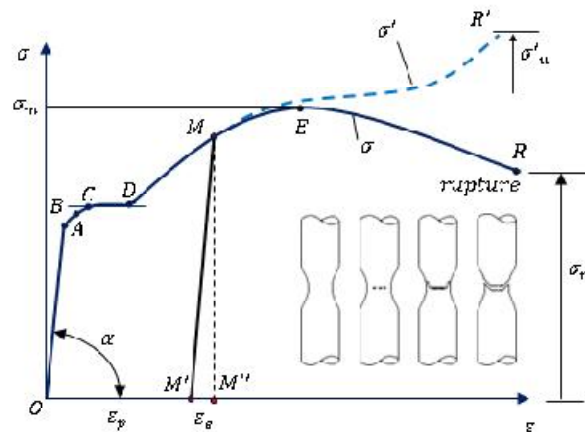


figure 3

La courbe conventionnelle $\sigma = f(\varepsilon)$ du comportement en traction d'un acier à bas carbone est présentée (en ligne continue) à la figure 3. Voici quelques définitions :

La contrainte nominale est la charge rapportée à la section initiale S_0

$$\sigma = \frac{F}{S_0} \quad (1)$$

L'allongement relatif (déformation) est l'allongement absolu Δl rapporté à la longueur initiale l_0

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l_0} = \frac{l - l_0}{l_0} \quad (2)$$

- **Zones caractéristiques du diagramme**

OA- domaine de déformation élastique linéaire, appelé encore domaine de proportionnalité pour lequel s'applique la loi de Hooke $\sigma = E\varepsilon$.

E- étant le module de Young, il caractérise la pente de la droite de proportionnalité OA. Plus E est grand, plus le matériau est rigide et inversement.

Exemples : acier $\Rightarrow E = 200\,000$ MPa.

La **limite de proportionnalité** σ_{pr} correspond à la fin du domaine proportionnel (pt A)

AB- correspond à un **domaine de déformation élastique réversible**, mais il n'est plus linéaire. Le point B correspond à la **limite élastique** σ_e . A partir du point B les déformations n'étant plus réversibles : -elles sont appelées déformations plastiques.

CD- le **segment horizontal CD est appelé palier d'écoulement**. La caractéristique suivante, mieux déterminée, est la **limite d'écoulement** σ_{ec} . La limite d'écoulement est la contrainte à partir de laquelle la déformation croît sans accroissement notable de la charge (point C). Elle est déterminée facilement et constitue une des principales caractéristiques mécaniques d'un matériau.

D'après les études des éprouvettes en acier, l'écoulement 'accompagne des déplacements réciproques importants des cristaux ; il en résulte à la surface de l'éprouvette des lignes, dites de **Lüders-Tchernov**, inclinées à l'axe de l'éprouvette sous un angle d'environ 45° (fig.4).

Le diagramme de plusieurs matériaux soumis à la traction ne présente pas de palier d'écoulement bien marqué (en particulier l'aluminium, le duralumin, le bronze, aciers à haut carbone et alliés) ; pour de tels matériaux, on définit une limite conventionnelle d'élasticité, notée $\sigma_{0.2}$, pour laquelle la déformation résiduelle est égale à 0.2% (fig.5).

DE-zone d'écrouissage : Après avoir enregistré un certain allongement sous une charge constante, le matériau acquiert de nouveau la propriété de résister à la traction (**écrouissage**), et après le point *D* la courbe monte de nouveau, bien que sa pente devienne sensiblement plus faible (l'accroissement de la contrainte est beaucoup plus lent que dans la zone élastique).

Pour une contrainte correspondant au point *M*, par exemple, il subsiste après décharge un allongement spécifique rémanent $OM' = \varepsilon_p$, alors que la partie élastique $M'M'' = \varepsilon_e$ disparaît. En cours de décharge, le point (ε, σ) suit la droite $MM' \parallel OA$. Si l'on reprend la sollicitation, le point représentatif (ε, σ) suit la même droite dans le sens inverse jusqu'au point *M*, ensuite il reprend la courbe de traction. Ça se passe comme si le domaine de proportionnalité est devenu plus grand. Ce phénomène caractérisant plusieurs métaux ductiles s'appelle **écrouissage**.

Le point *E* de la courbe correspond à la contrainte conventionnelle maximale, appelée **résistance à la traction** σ_m .

ER-domaine de striction (domaine de déformation hétérogène) : lorsque la contrainte atteint la valeur de la résistance à la traction σ_m , un rétrécissement appelé striction ou étranglement se forme sur l'éprouvette (fig.6). L'aire de la section de l'éprouvette au droit de la striction

diminue rapidement, ce qui entraîne la chute de la contrainte conventionnelle. Par la suite, la déformation de l'éprouvette se fait avec diminution de la contrainte bien que la contrainte moyenne dans la section droite de la striction croisse. La déformation de l'éprouvette a donc un caractère local, c'est pourquoi le tronçon de la courbe *ER* est appelé zone d'écoulement local, le point R correspond à la rupture de l'échantillon. Pour beaucoup de matériaux, la rupture a lieu sans étranglement notable.

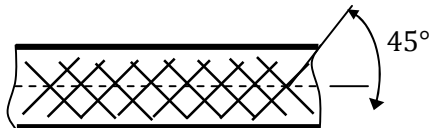


fig.4

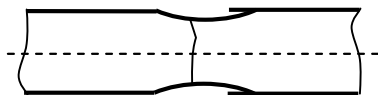


fig.6

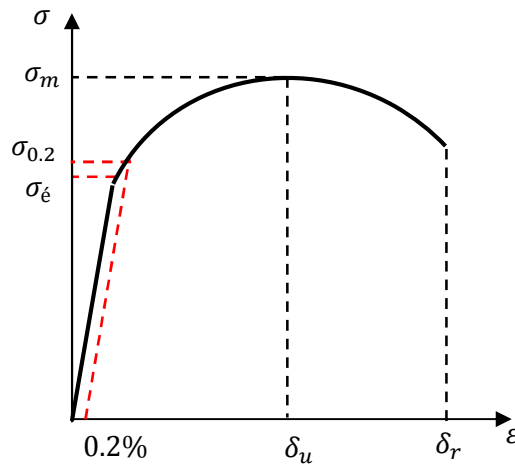


fig.5

δ_u – allongement correspondant à la contrainte maxi ;

δ_r – allongement correspondant à la rupture

En résumé, on peut écrire les caractéristiques **nominales ou apparentes** pour la courbe de traction conventionnelle comme suit :

- limite de proportionnalité :

$$\sigma_{pr} = \frac{F_{pr}}{S_0} ;$$

- limite d'élasticité :

$$\sigma_e = \frac{F_e}{S_0} ;$$

- limite d'écoulement :

$$\sigma_{ec} = \frac{F_{ec}}{S_0} ;$$

- limite d'élasticité conventionnelle :

$$\sigma_{0.2} = \frac{F_{0.2}}{S_0} ;$$

- La résistance à la traction :

$$\sigma_m = \frac{F_m}{S_0} ;$$

- La résistance à la rupture :

$$\sigma_r = \frac{F_r}{S_0} ;$$

Caractéristiques de ductilité

- **allongement relatif résiduel à la rupture**

$$\delta = \frac{l_f - l_0}{l_0} 100\% ;$$

Où l_0 et l_f sont respectivement les longueurs initiales et finales après rupture ; l_f est mesurée lorsque les deux parties rompues de l'éprouvette sont aboutées.

- **striction à la rupture**

$$Z = \frac{S_0 - S_f}{S_0} 100\% ;$$

Où S_0 est l'aire initiale de la section et S_f l'aire de la plus petite section après rupture.

Diagramme rationnelle et équations de traction

La courbe de traction rationnelle : est la courbe obtenue en rapportant la force à la **section minimale instantanée S**, pour raisonner en terme de contrainte rationnelle

$\sigma = F/S$, et en rapportant l'allongement à la **longueur instantanée l** pour raisonner en terme de déformation rationnelle $\varepsilon = \Delta l/l$. La courbe ainsi obtenue est croissante, même pendant la striction (fig.3 ligne en pointillé).

Selon la définition de Hencky, la déformation vraie (rationnelle) a pour valeur

$$\varepsilon_{vr} = \int_{l_0}^l \frac{dl}{l} = |\ln l|_{l_0}^l = \ln\left(\frac{l}{l_0}\right) = \ln(1 + \varepsilon) \quad (3)$$

En supposant que le volume ne change pas au cours de la déformation, (c.à.d que le volume de la partie calibrée avant la déformation est égal à son volume après la déformation), on a

$$Sl = S_0 l_0 \quad (4)$$

$$ou S = \frac{S_0 l_0}{l} \quad (5)$$

et la contrainte réelle peut s'écrire

$$\sigma_{vr} = \frac{F}{S} \cdot \frac{S_0}{S_0} = \frac{F}{S_0} \cdot \frac{S_0}{S} \quad (6)$$

des équations (2) et (4), on trouve

$$\frac{S_0}{S} = 1 + \varepsilon \quad (7)$$

en portant cette expression dans l'équation (6), on obtient

$$\sigma_{vr} = \sigma(1 + \varepsilon) \quad (8)$$

Coefficient de Poisson

L'allongement de l'éprouvette dans le sens de la traction, c'est-à-dire le long de la longueur l , entraîne une augmentation de son volume ; si la déformation est élastique, donc il y a une compensation partielle de cette augmentation de volume par contraction latérale de l'éprouvette dans le sens de largeur b , on peut dire suivant les directions perpendiculaires à l'axe de traction.

La déformation relative dans les directions y et z (déformations transversales) s'écrit :

$$\varepsilon_y = \frac{\Delta y}{y_0} \text{ et } \varepsilon_z = \frac{\Delta z}{z_0} \quad (9)$$

On définit le **coefficient de Poisson** ν comme étant le rapport de la déformation relative transversale et longitudinale

$$\nu = \left| \frac{\varepsilon_y}{\varepsilon_x} \right| = \left| \frac{\varepsilon_z}{\varepsilon_x} \right| \quad (10)$$

Les déformations transversales d'un matériau isotrope sont les mêmes dans toutes les directions. Ainsi, en tenant compte des signes de déformations, on écrit

$$\varepsilon_y = \varepsilon_z = -\nu \varepsilon_x \quad (11)$$

Déformation volumique (variation relative Δ de volume)

$$\Delta = \frac{\Delta V}{V_0} = \frac{V - V_0}{V_0} \quad (12)$$

$$V_0 = x_0 \cdot y_0 \cdot z_0 \quad (13)$$

$$V = (x_0 + \Delta x)(y_0 + \Delta y)(z_0 + \Delta z)$$

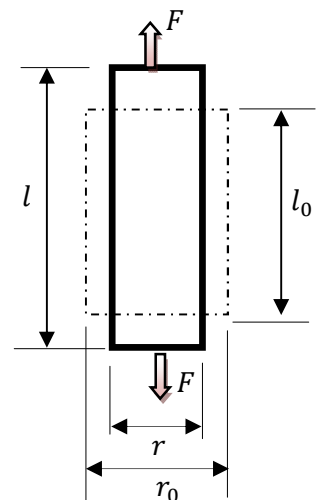


Fig.3 allongement en traction

$$\begin{aligned}
&= x_0 y_0 z_0 \left(1 + \frac{\Delta x}{x_0}\right) \left(1 + \frac{\Delta y}{y_0}\right) \left(1 + \frac{\Delta z}{z_0}\right) \\
&= V_0 (1 + \varepsilon_x)(1 + \varepsilon_y)(1 + \varepsilon_z) \quad (14)
\end{aligned}$$

En négligeant les infiniment petits d'ordres supérieurs (second et troisième ordres), on a

$$V = V_0(1 + \varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z) \quad (15)$$

D'où la **variation relative Δ de volume**

$$\frac{\Delta V}{V_0} = \frac{V - V_0}{V_0} = \varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z \quad (16)$$

En insérant l'expression (11) dans cette équation, on a

$$\Delta = \varepsilon_x(1 - 2\nu) \quad (17)$$

Il est inconcevable que le volume d'un corps soumis à la traction diminue, ce qui est confirmé expérimentalement, il en résulte que Δ est positif ou nul, d'où $\nu \leq 1/2$; le caoutchouc naturel présente le cas limite $\nu = 1/2$ (déformation à volume constant).

2. Essai de compression

2.1. But de l'essai

- Détermination de la contrainte limite en compression pour les matériaux fragiles
- Construction de la courbe de compression
- Tracer le schéma de l'éprouvette avant et après déformation ou rupture.

2.2. Réalisation de l'essai

L'essai de compression est l'un des essais les plus faciles à réaliser : il consiste à soumettre une éprouvette de forme cylindrique ou prismatique, placée entre les plateaux d'une presse, à deux forces axiales égales et directement opposées, qui tendent à la comprimer (fig.1). Si le matériau étudié est ductile, la rupture ne peut être atteinte avec ce test.

L'essai de compression est surtout utilisé pour déterminer la contrainte de rupture des matériaux fragiles (céramiques, verres, pierres, fonte, ...).

Les machines utilisées pour l'essai de compression sont similaires à celles utilisées pour les essais de traction ; souvent la même machine peut être employée pour effectuer les deux essais.

❖ Bien que les essais de compression soient simples et faciles à réaliser, ils sont rarement effectués en comparaison des essais de traction. Cela peut être expliqué de la manière suivante :

En ce qui concerne les matériaux ductiles, les deux essais (traction et compression) fournissent presque les mêmes valeurs pour le module de Young E , la limite d'élasticité σ_e et la limite d'écoulement $\sigma_{éc}$.

De plus, il est impossible d'obtenir la résistance ultime pour ces matériaux, puisque l'éprouvette ne se détruit guère, mais elle s'élargit

avec l'accroissement de la force de compression tout en prenant la forme d'un tonneau. Il en est de même des propriétés de ductilité qui ne peuvent pas être obtenues pour les matériaux ductiles. De sorte que l'essai de compression est, souvent, réalisé sur les matériaux fragiles pour lesquels la résistance à la compression est beaucoup plus importante que la résistance à la traction.

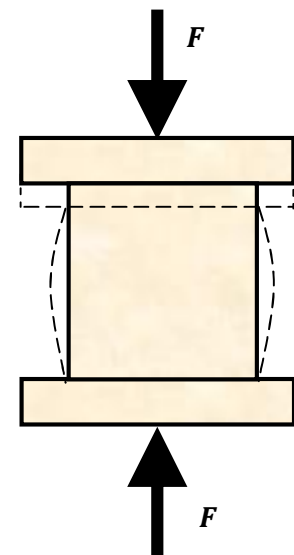


Fig. 1

2.3. Eprouvettes standardisées utilisées dans l'essai de compression

On distingue trois types d'éprouvettes standardisées :

- Eprouvettes longues dont la longueur est de l'ordre de 8 à 10 fois le diamètre de la section droite de l'éprouvette ($l_0 = 8d \div 10d_0$) ; elles sont utilisées pour représenter schématiquement le comportement contrainte – déformation d'un matériau donné et d'en déterminer les limites de proportionnalité et de d'écoulement.

- Eprouvettes moyennes dont la longueur est égale à trois fois le diamètre de la section ($l_0 = 3d_0$); elles sont utilisées pour la détermination de la résistance à la traction
- Eprouvettes courtes ($l_0 = 0,9d_0$); utilisées pour l'essai des métaux destinés à la fabrication des supports afin d'estimer l'influence du frottement sur ces derniers.

2.4. Comportements des matériaux sous charge de compression

Lors de la compression d'une éprouvette cylindrique en acier à bas carbone, elle prend la forme d'un tonneau (fig.2, b). La courbe de compression obtenue pour ce matériau est présentée à la figure 3.

Le type de rupture d'une éprouvette en fonte soumise à la compression axiale est présenté à la figure 4 et la courbe de compression lui correspondant est donnée par la figure 5.

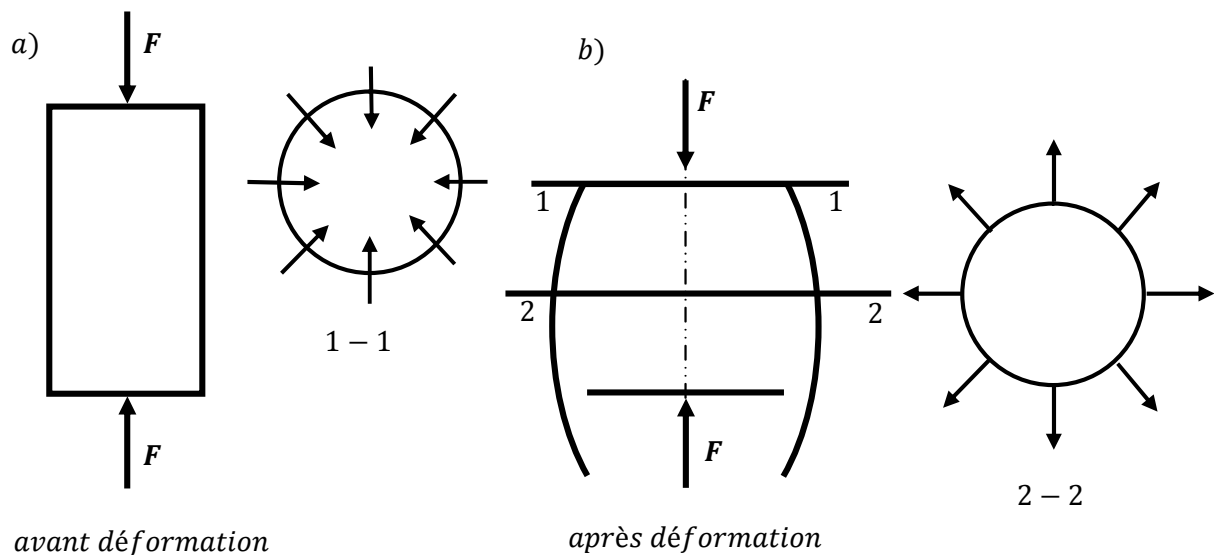


fig.2

Les diagrammes charge – déplacement, obtenus à partir des essais de compression axiale réalisés sur un morceau de bois de forme cubique, sont présentés fig.6. (1- compression dans le sens des fibres ; 2- compression dans le sens perpendiculaire aux fibres).

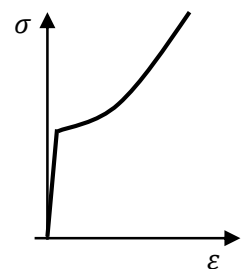


fig.3

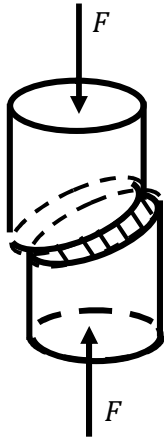


fig.4

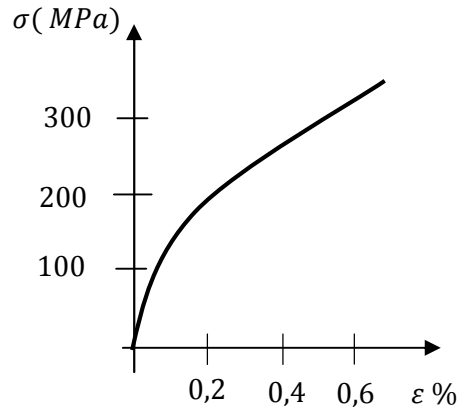


fig.5

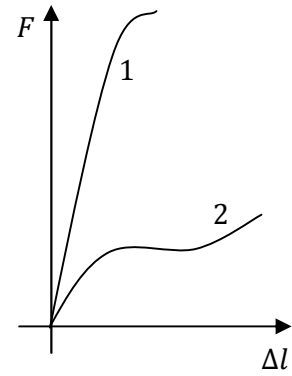


fig.6

- Les éprouvettes utilisées dans l'essai de compression doivent remplir les conditions suivantes :
- La longueur de l'éprouvette ne doit pas dépasser dix fois son diamètre ($l_0 \leq 10d_0$), afin d'éviter le phénomène de flambement.
 - Les faces de l'éprouvette (en contact avec les plateaux de la machine) doivent être bien polies, planes, parallèles et perpendiculaires à son axe, afin que le chargement soit axial et que les forces de frottement soient réduites au minimum.

2.5. Diagramme contrainte -déformation

Comme nous l'avons déjà vu, l'allure de la courbe décrivant le comportement du matériau en compression dépend de la nature du matériau lui-même. Par exemple, les métaux ductiles ne se rompent jamais, pour de tels matériaux, on doit mettre fin à l'essai après avoir obtenu des déformations plastiques importantes ou une fois que la charge maximale développée par la machine est atteinte. Pour les métaux semi ductile et les métaux fragiles, la résistance ultime peut être atteinte et par conséquent, elle peut être calculée. Remarquons que les métaux semi ductiles peuvent présenter ou non un palier d'écoulement, selon les conditions de traitement du métal de l'éprouvette, alors que les matériaux fragiles n'en présentent pas, pour ceux-ci on peut seulement calculer la contrainte ultime à la compression.

Les équations donnant respectivement la contrainte et la déformation de compression s'écrivent alors :

$$\sigma = \frac{F}{S_0}; \quad (1)$$

$$\epsilon = \frac{\Delta l}{l_0} \quad (2)$$

où F est la charge de compression; S_0 – section initiale de l'éprouvette;
 l_0 – longueur initiale de l'éprouvette; Δl – variation de longueur

La contrainte et déformation réelles s'écrivent respectivement :

$$\sigma_{ré} = \frac{F}{S} \quad (3)$$

$$\epsilon_{ré} = \ln \frac{S}{S_0}; \quad (4)$$

- Lors d'un essai de compression sur une éprouvette en fonte de longueur $l_0 = 20\text{cm}$ et d'aire de la section $S_0 = 1000\text{ mm}^2$, on recueille les données présentées par le tableau ci-dessous.
- 1) déterminer les valeurs des contraintes et déformations des points pour lesquels on a enregistré la charge et le déplacement (variation de longueur).
 - 2) Déterminer la contrainte de rupture.

Charge (kg)	0	2700	2750	10100	12500	20250	27000
Variation de longueur (mm)	0	0.055	0.138	0.205	0.275	0.450	0.700

3. Essai de résilience Charpy-Résistance au choc

3.1. But de l'essai

Les essais de résilience permettent de caractériser la fragilisation d'un matériau. Ils consistent à **rompre une éprouvette entaillée** (l'entaille a pour but de fragiliser le matériau) – éprouvette Charpy - **sous l'impact** d'un "mouton-pendule". **On mesure l'énergie absorbée par la rupture**, ce qui permet de remonter à **la résilience du matériau** (énergie absorbée ramenée à la surface (enJ/cm^2)).

3.2. Mouton Charpy

Le mouton Charpy est constitué d'un couteau fixé sur un marteau qui oscille dans un plan vertical autour d'un axe (fig.1). Pour un essai, le couteau est amené à une hauteur H qui correspond à l'énergie de départ $W_H = mgH$. Dans sa chute, le couteau va provoquer la rupture de l'éprouvette qui sera accompagnée d'une absorption d'énergie KV , et le marteau remontera à une hauteur H' à laquelle est associée une énergie potentielle $W_{H'} = mgH'$. Il vient alors simplement $KV = W_H - W_{H'}$. Plus H' , la hauteur de remontée est faible, plus le matériau est résilient.

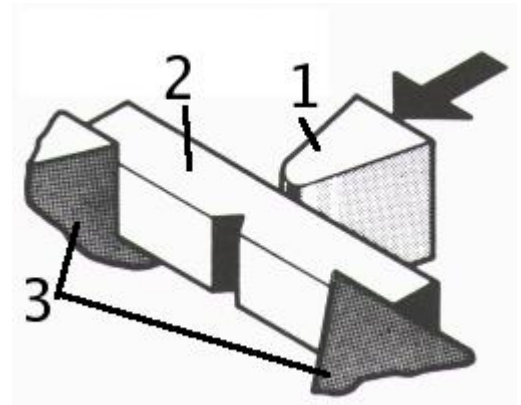
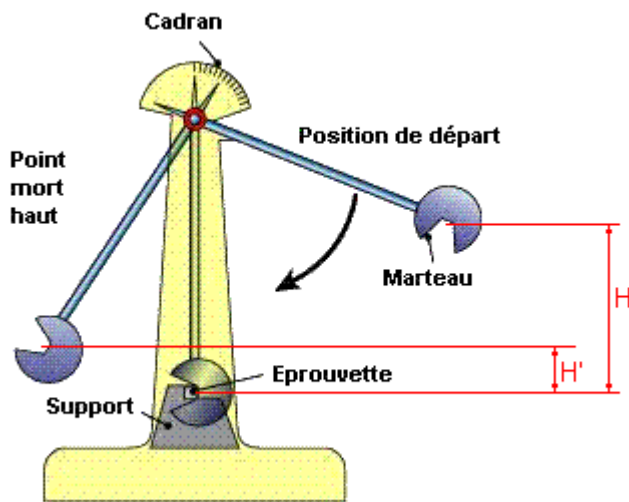


Schéma de fonctionnement: 1) couteau;

2) éprouvette KCV ; 3) appuis.

Mouton pendule de Charpy

fig.1

Donc, l'énergie KV dépensée pour rompre l'éprouvette (les frottements étant négligés) vaut :

$$KV = W_H - W_{H'} = P(H - H') = mg(H - H') \cdot$$

m – masse du marteau (kg);

g – accélération de la pesanteur (ms^{-2}).

H et H' – hauteurs de départ et d'arrivée du marteau.

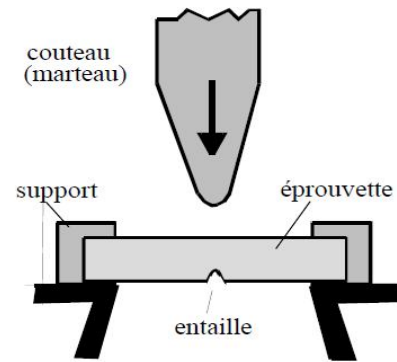
La résilience est définie comme l'énergie de rupture (sous choc) ramenée à la section S de l'éprouvette à l'endroit de la fissure : $a_k = KV/S$ (J/cm^2).

Il faut absolument mentionner le type d'échantillon normé qu'on a utilisé pour la détermination de la résilience. Les éprouvettes les plus fréquemment utilisées aujourd'hui sont les types $ISO - V$ et $ISO - U$ (fig. 2). Ils ont une entaille en forme de V ou U pour fixer l'endroit de la fissure. L'énergie de rupture est finalement indiquée en J (Joule), précédée par les lettres KV ou KU pour désigner qu'il s'agit d'une énergie de rupture K mesurée avec une éprouvette ayant une entaille en forme de V ou U . Notez que seul des résultats obtenus sur des éprouvettes de dimensions identiques devraient être comparés.

Pour obtenir la résilience a_k on divisera encore l'énergie de rupture par la section de l'échantillon à l'endroit de la fissure. L'unité habituelle pour exprimer la résilience a_k est le J/cm^2 tandis que l'énergie de rupture KV est indiquée en J . Comme la valeur a_k ne présente aucun avantage sur l'indication de l'énergie de rupture, **on indique aujourd'hui uniquement l'énergie de rupture K** . Par contre, on constate une certaine ambiguïté dans l'utilisation du mot résilience. Il est utilisé parfois aussi pour désigner l'énergie de rupture.

3.3. Eprouvettes

Une éprouvette Charpy est un barreau de section $10 \times 10 \text{ mm}^2$ entaillée en son milieu et dont la longueur est de 55 mm. Deux types d'éprouvettes existent, les éprouvettes KCU et KCV , selon que l'entaille a une forme de U ou de V . Les différences essentielles entre ces types d'éprouvettes sont la **surface de matière testée** (respectivement 0,5 et 0,8 cm^2) et le **rayon de courbure de l'entaille** et donc la triaxialité des contraintes. Les éprouvettes KCU ne sont pratiquement plus utilisées et ne servent plus qu'à des comparaisons avec des résultats anciens (suivi de vieillissements thermiques, notamment).



*fig.2 Appui de l'éprouvette
vue d'en haut.*

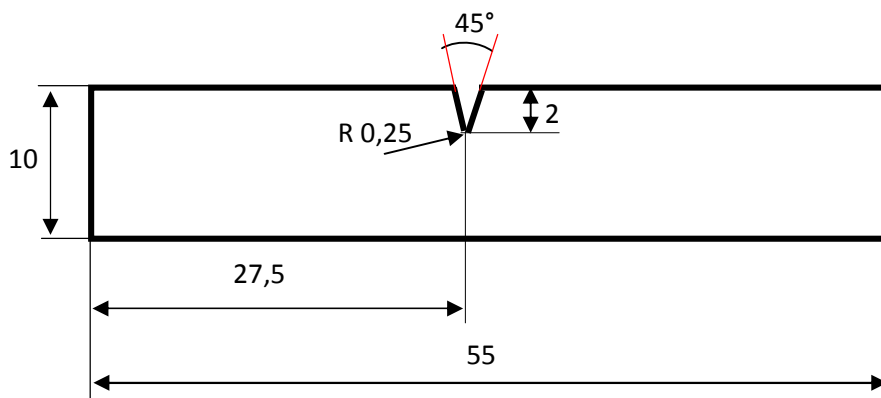
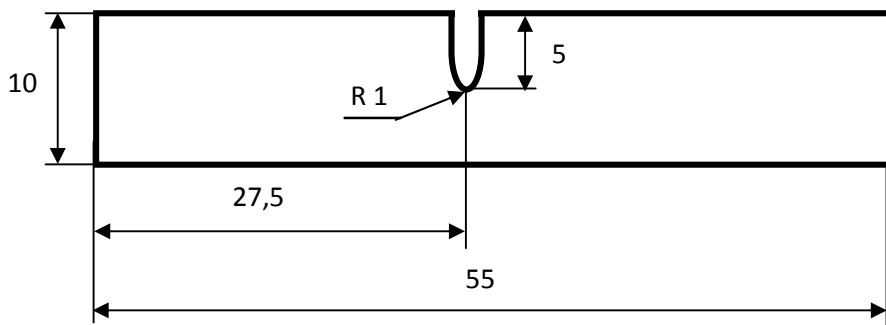
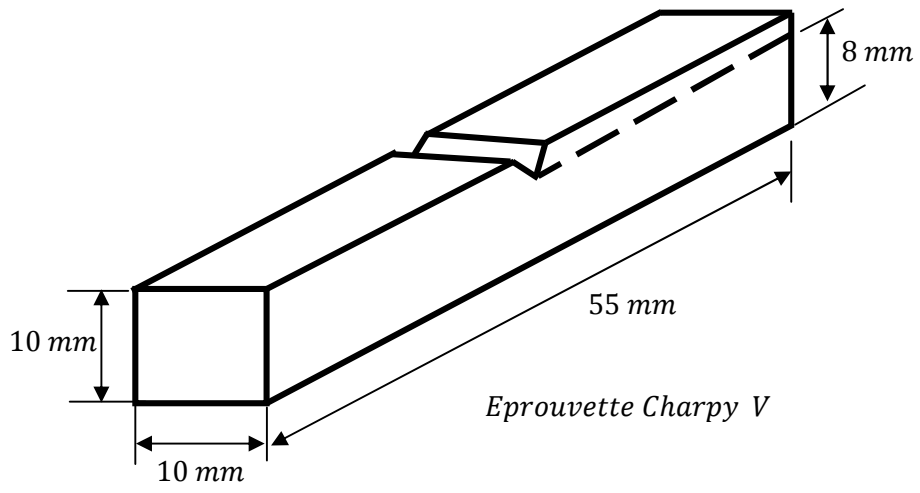


fig.3 Eprouvettes Charpy standardisées, Les dimensions sont en mm.

3.3.1.Eprouvettes CHARPY U

Est un barreau usiné de section carrée de 10 mm de côté et dont la longueur est 55 mm. L'entaille de 2 mm de largeur et de 5 mm de profondeur se termine par un fond cylindrique de 1 mm de rayon. La résilience est alors mesurée et précisée selon le symbole KU

3.3.2.Eprouvettes CHARPY V

Pour un essai avec une éprouvette Charpy V, l'éprouvette sera entaillée en V de 2 mm de profondeur et avec un angle de 45° dont les dimensions sont les mêmes que pour les éprouvettes Charpy U. On précise par le symbole KV l'essai de résilience en V.

3.4.Effet de la forme de l'éprouvette sur l'énergie de rupture

L'effet de la forme de l'éprouvette sur l'énergie de rupture est très prononcé. La fig. 3 montre les formes et dimensions géométriques de 2 types d'éprouvettes standardisées. Elles ont une longueur de 55 mm et une section nominale de $10 \times 10 \text{ mm}^2$, mais se distinguent dans leur **forme** et leur **profondeur d'entaille** qui se trouve sur le côté opposé à l'endroit où le marteau frappe (fig. 2). L'entaille a pour objet de garantir un état de contrainte triaxiale, déjà lors de l'amorçage de la fissure, plutôt que de provoquer l'effet d'entaille. C'est pour cette raison que le **fond de l'entaille** n'est **pas pointu** mais (**arrondi**) cylindrique (rayon de 0.25 ou de 1 mm selon le type d'éprouvette). L'aire de la section restant à l'endroit de l'entaille est, selon la définition de la résilience a_k , la section à utiliser pour le calcul de sa valeur.

Les deux éprouvettes ne sont pas équivalentes. **L'énergie de rupture(J) et la résilience(J/cm^2) varient avec la profondeur de l'entaille et le rayon de courbure au fond de l'entaille.** Si l'on fait varier le rayon à fond de l'entaille, on modifie la concentration et la triaxialité des contraintes à son extrémité. **La résilience est minimale pour une fissure aiguë** (rayon = 0, effet d'entaille) et elle **augmente avec le rayon**. Les figures 4 et 5 montrent respectivement l'influence de l'angle d'entaille et du rayon à fond d'entaille sur la résistance à la rupture d'une éprouvette en acier doux, rayon à fond d'entaille 0,67 mm et profondeur 5mm.

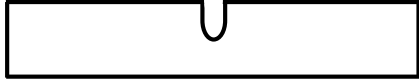
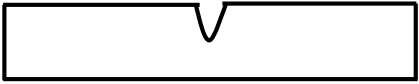


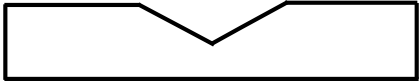
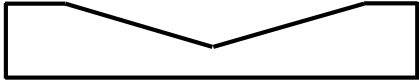
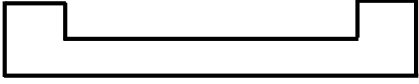
FORME DE L'ÉPROUVETTE	Angle de l'entaille	Energie de Rupture (J)
	0°	30°
	30°	33,1
	60°	31,3
	90°	35,1
	120°	56,7
	150°	89,8
	180°	85,6

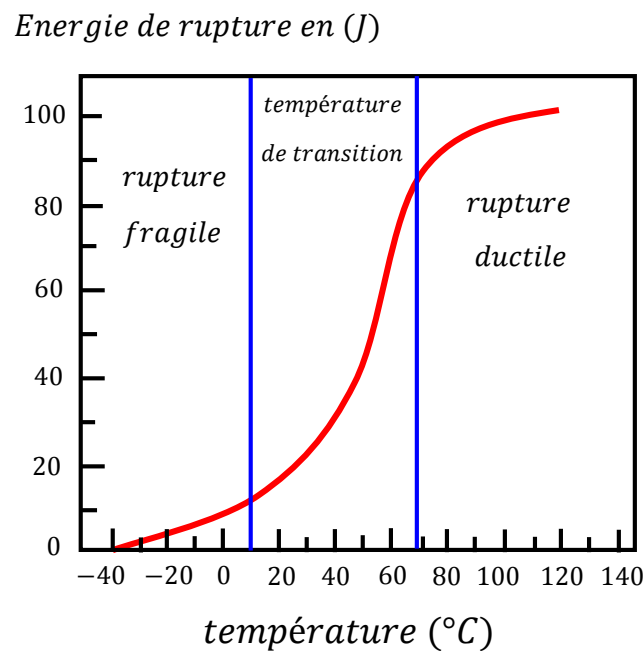
Fig. 4 Influence de l'angle d'entaille sur la résistance à la rupture d'une éprouvette en acier doux ; rayon à fond d'entaille 0,67mm, profondeur 5mm.

fig.5 Influence du rayon à fond d'entaille sur la résistance à la rupture d'une éprouvette en acier doux, profondeur 5mm.

Rayon de courbure au fond de l'entaille (mm)	Energie de rupture
fissure aigue (r=0.)	5,4
0,17	9,5
0,34	11,3
0,68	18,6

3.5. Effet de température

La mesure de l'énergie de rupture absorbée varie en fonction de la température. A haute température, l'énergie de rupture est relativement élevée, ce qui correspond à une **rupture de type ductile**. Lorsque la température baisse, la valeur de l'énergie de rupture chute considérablement ce qui correspond à une **rupture de type fragile**. L'apparence de la **surface de défaillance révèle la nature de la rupture** et peut faciliter la détermination de la **température de transition ductile-fragile**. Une rupture ductile produit une surface fibreuse (mate), tandis qu'une rupture fragile engendre une surface brillante. Ces deux types de caractéristiques sont présents dans la transition ductile-fragile.



3.6.

fig. 6 Influence de la variation de température sur l'énergie de rupture d'une éprouvette en acier doux.

Notice de sécurité

L'opérateur doit absolument s'assurer, avant de lâcher le pendule, que personne ne se trouve à proximité du rayon d'action du marteau. Il arrive parfois que des débris de l'éprouvette cassée partent dans des directions imprévues. Les arêtes vives de la surface de rupture sont tranchantes et peuvent créer de vilaines blessures. Il convient donc de protéger les yeux par des lunettes de sécurité et de se mettre derrière le marteau partant.

Exercice

On a effectué un essai de résilience Charpy sur une éprouvette en V d'acier. La figure 7 montre la position du marteau du mouton pendule avant et après la rupture ; étant donné que $m = 25 \text{ kg}$ – masse du marteau ; $g = 10 \text{ m/s}^2$ – accélération terrestre ;

$\alpha = 70^\circ$ – angle de chute du pendule ; $\beta = 35^\circ$ – angle de remontée ;

$l = 74 \text{ cm}$ – longueur du pendule (distance du centre de gravité de la masse pendante à l'axe de rotation) ;

H_0 – hauteur initiale du pendule ; H – hauteur finale.

- Trouver l'expression de l'énergie de rupture de l'éprouvette (KV) et déduire la valeur de la résilience a_k sachant que la section à l'endroit de l'entaille est égale à 80 mm^2 .

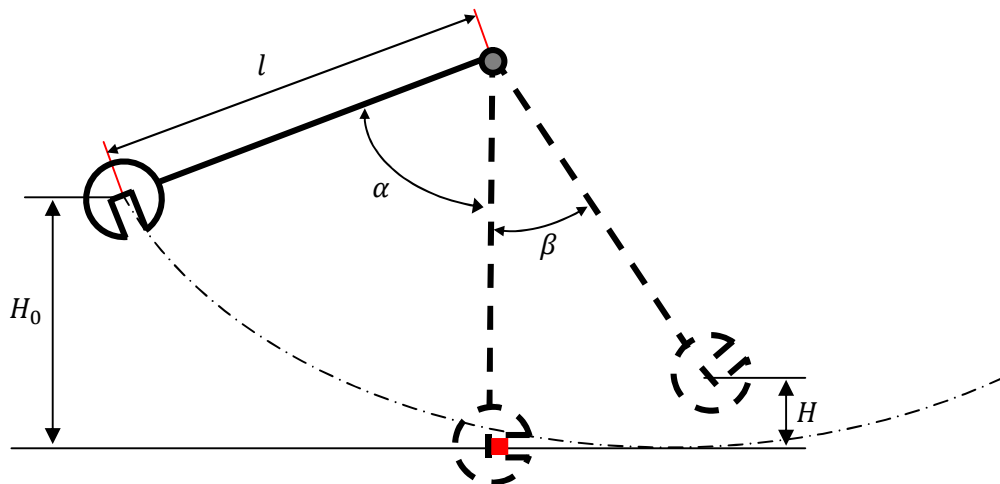


fig.7

Solution : En considérant la figure 7, on peut écrire les relations suivantes :

$$H_0 = l - l \cos \alpha = l(1 - \cos \alpha); \quad H = l - l \cos \beta = l(1 - \cos \beta);$$

L'énergie absorbée par le choc s'écrit alors

$$CV = mg(H_0 - H) = mgl(\cos \beta - \cos \alpha) ;$$

$$\text{ou } CV = 25 \cdot 10 \cdot 0,74(\cos 35 - \cos 70) = 185(0,819 - 0,342) = 88,245 \text{ Nm} \approx 88 \text{ J}$$

Et la résilience a donc pour valeur

$$a_k = \frac{KV}{S} = \frac{88}{0,8} = 110 \text{ J/cm}^2.$$

4. ESSAI DE TORSION

4.1. But de l'essai

- Détermination expérimentale de la relation entre le moment de torsion M_t et l'angle de torsion φ d'une barre de section circulaire ;
- détermination expérimentale de la valeur du module de glissement (module de coulomb G).

4.2. Machine d'essai

C'est le **WP 100** constitué d'un bâti, de deux supports mobiles qui contiennent des **mandrins permettant de fixer les barres de torsion** et des appuis pour les barres lors de l'essai de flexion, **d'un comparateur à cadran avec support et enfin d'un dispositif, sur un support, permettant de déclencher le moment de torsion** et un jeu de poids pour générer les moments de flexion ou de torsion (fig.1). Les appuis pour l'essai de flexion offrent différentes possibilités d'encastrement permettant d'étudier les montages **isostatiques** ou **hyperstatiques**. L'essai de torsion est réalisé sur un système isostatique. Le point d'application de la charge utilisée pour générer le moment de flexion peut être déplacé.

Le **WP 100** permet d'étudier l'influence de différents facteurs, par exemple : le matériau, la section, la longueur d'encastrement et le type d'appui sur la déformation d'une barre soumise à une charge **de flexion ou à un moment de torsion**.

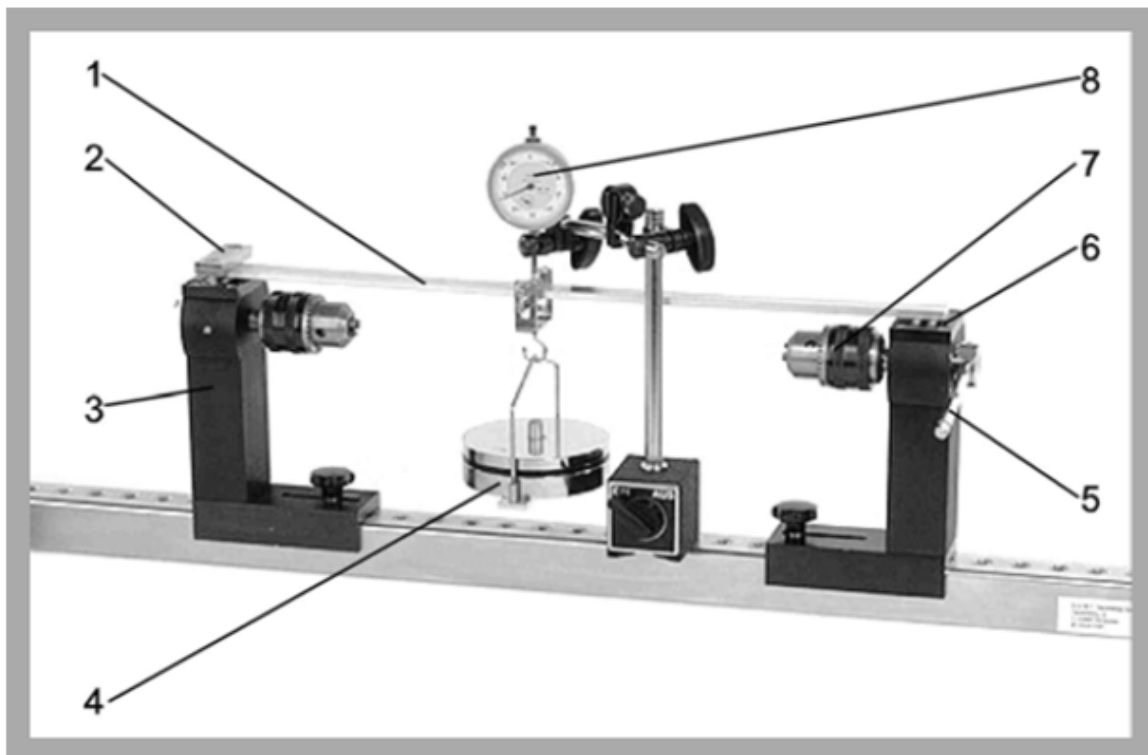


Fig. 1) 1 poutre, 2 encastrement pour essai de flexion, 3 support, 4 poids, 5 dispositif de déclenchement du moment de torsion lors de l'essai de torsion, 6 appui pour l'essai de flexion, 7 mandrin pour l'essai de torsion, 8 comparateur à cadran.

4.3. Eprouvettes

Les éprouvettes utilisées pour l'essai de torsion (fig.2) sont de forme cylindrique de section pleine, de diamètre d et de longueur L . Trois types de matériaux sont utilisés : l'acier, l'aluminium et le cuivre.

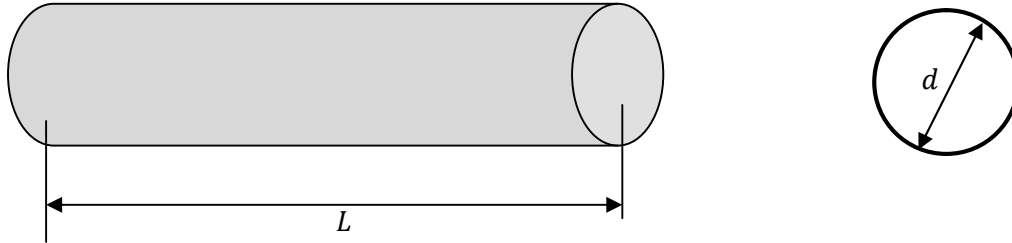


fig.2 éprouvette d'essai de torsion

4.4. Sollicitation

Une poutre est sollicitée à la torsion simple quand elle est soumise à l'action de deux couples de moments, agissant dans les plans de sections droites, égaux et opposés (vectoriellement ces moments sont portés par l'axe de la barre) fig.3.

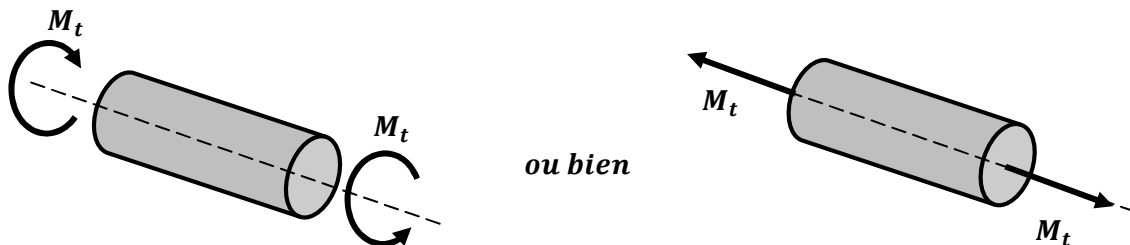


fig.3 Moments des actions extérieures appliqués à la poutre.

4.5. Hypothèses de calcul :

- La barre est **rectiligne et d'une section circulaire uniforme** sur toute sa longueur ;
- le **couple** appliqué est **constant sur toute la longueur** et agit autour de l'axe polaire ;
- les contraintes induites n'excèdent pas **la limite de proportionnalité** ;
- les sections normales et perpendiculaires à l'axe de la barre avant déformation, restent planes et perpendiculaires à l'axe après déformation ;

- Les sections droites tournent autour de l'axe de la poutre → φ **angle de torsion** (angle total de torsion entre les deux extrémités de la barre) ;
- Les génératrices s'enroulent suivant des hélices → γ **angle de glissement** ;
- Lorsque la barre se déforme ses dimensions ne changent pas de façon notable et les diamètres doivent rester droits.

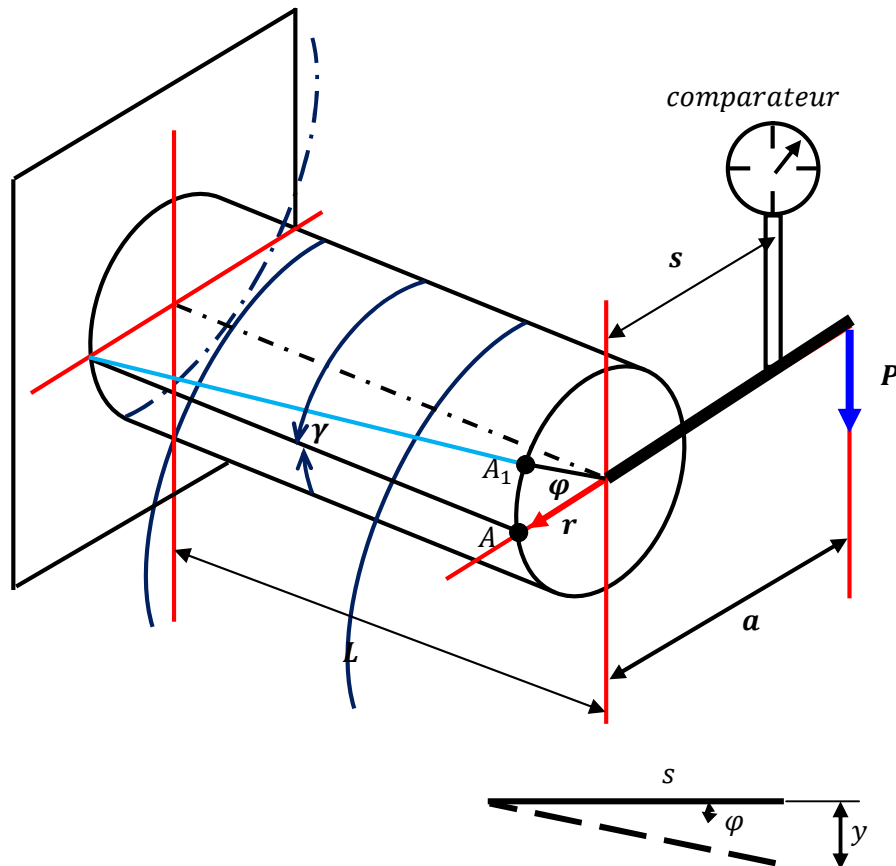


fig.4 Torsion sur la barre ronde: P – poids appliqué, a – bras de levier,
 r – rayon, γ – angle de glissement, φ – angle de torsion

4.6. Equations de torsion

Soit φ - l'angle total de torsion entre les deux extrémités de la barre ;

M_t - le moment de torsion appliqué en $N \cdot mm$;

G - le module d'élasticité en torsion en N/mm^2 ;

I_p - le moment d'inertie polaire de la section de la barre en mm^4 .

On peut démontrer les relations suivantes :

$$(1) \frac{M_t}{I_p} = \frac{G \cdot \varphi}{L};$$

$$(2) \varphi = \frac{M_t L}{G I_P} - \text{angle de rotation entre deux extrémités de la poutre en radian};$$

$$(3) \varphi^\circ = \frac{180^\circ}{\pi} \cdot \frac{M_t L}{G I_P} - \text{angle de rotation en degré};$$

$$(4) \alpha = \frac{\varphi}{L} = \frac{M_t}{G I_P} - \text{angle unitaire de torsion en radian/mm};$$

En petites déformations, nous avons : $\gamma \cdot L = \varphi \cdot r$ où

$$(5) \gamma = \frac{\varphi}{L} r = \alpha r - \text{angle de glissement};$$

$$(6) \tau_{\max} = \tau_r = G \gamma = G \alpha r - \text{contrainte tangentielle maximale};$$

$$(7) \tau = \tau_\rho = G \alpha \rho - \text{contrainte tangentielle en un point de la section droite}$$

à distance ρ de l'axe du cylindre $0 \leq \rho \leq r$;

et les contraintes τ sont liées au moment de torsion M_t par

$$M_t = \iint_F \rho \tau_\rho dF = G \alpha \iint_F \rho^2 dF = G \alpha I_P ; \text{ ce qui confirme la relation (4);}$$

la contrainte tangentielle en un point quelconque de la section droite, peut être exprimée

encore, compte tenu des expressions (4) et (7), en fonction du moment et du rayon ρ

$$(8) \tau = \tau_\rho = \frac{M_t \cdot \rho}{I_P};$$

et la contrainte tangentielle maximale devient alors

$$(9) \tau_{\max} = \tau_r = \frac{M_t \cdot r}{I_P}; \text{ ou}$$

$$(10) \tau_{\max} = \frac{M_t}{W_P};$$

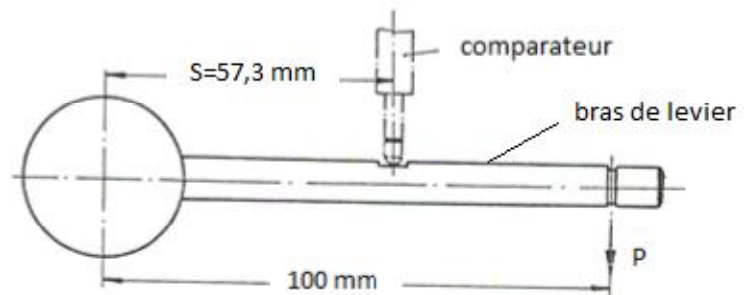
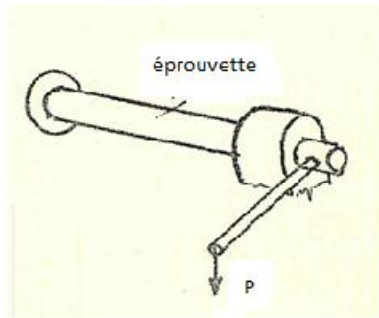
ici $W_P = I_P / r$ – moment de résistance polaire en mm^3 (valeur minimale fournie);

pour la section circulaire de diamètre $d = 2r$, nous avons

$$(11) I_P = \frac{\pi d^4}{32} \text{ et } W_P = \frac{I_P}{d/2} = \frac{\pi d^3}{16}.$$

4.6.1. Bras de levier

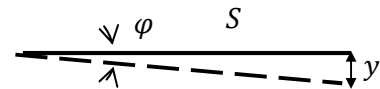
Le point d'application du comparateur est à distance $S = 57,3$ mm de l'axe de rotation ; pourquoi ?



$$\varphi = \frac{y}{S}$$

Pour les petits angles φ , l'arc y peut être remplacé, avec une bonne précision, par la lecture directe sur comparateur.

$$\varphi = \frac{y}{S} = \frac{y}{57,3};$$



Pour convertir les angles φ du radian en degré, la quantité $S = 57,3$ peut nous faciliter la tâche :

$$\varphi \cong \varphi^\circ;$$

$$2\pi \cong 360^\circ;$$

$$\frac{1}{57,3} \cong 1^\circ.$$

Ainsi, 1mm sur le comparateur représente un angle de torsion de 1° .

4.7. Réalisation des essais

4.7.1 But de l'appareil

L'appareil WP 100 a été conçu pour des manipulations de laboratoire permettant d'étudier les **caractéristiques de torsion de barres circulaires**. Il permet de réaliser les expériences suivantes :

- Détermination expérimentale de la relation entre le **moment de torsion et l'angle de torsion** d'une barre,

- Détermination expérimentale de la relation entre la **longueur de fixation et l'angle de torsion**,
- Détermination expérimentale de la valeur du **module d'élasticité en torsion** de l'acier, du laiton et de l'aluminium.

Pour commencer, réécrivons la formule (1) sous la forme suivante :

$$\varphi = \frac{M_t L}{GI_P}, \text{ par conséquent}$$

$$\varphi = k_1 M_t \text{ où } k_1 = \frac{L}{GI_P} \quad (\text{expérience 1})$$

$$\varphi = k_2 L \text{ où } k_2 = \frac{M_t}{GI_P} \quad (\text{expérience 2})$$

$$G = k_3 \frac{M_t}{\varphi} \text{ où } k_3 = \frac{L}{I_P} \quad (\text{expérience 3})$$

4.7.2. EXPERIENCE 1

Etude de la relation entre le **moment de torsion et l'angle de torsion** d'une barre cylindrique.

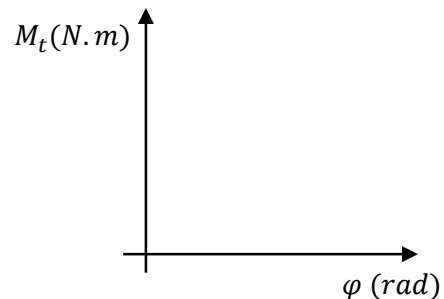
PROCEDURE

On insère une barre d'essai dans les mandrins et l'on choisit une longueur d'essai (L), par exemple 300 mm . On fait varier le moment de torsion grâce au peson à ressort et on note la valeur du comparateur.

Peson à ressort (kg)	Comparateur (mm)

Nota : le moment de torsion $M_t (N.m)$ = relevé peson à ressort (kg) $\times 0.1 g$; l'angle de torsion (rad) = relevé comparateur (mm) $\times 0.02$; $g = 9,81 \text{ ms}^{-2}$.
Conclusion : Le moment de torsion est une fonction linéaire de l'angle de torsion. La pente de la droite est le coefficient

$$\frac{GI_P}{L}$$



On peut remarquer que cette partie donne des résultats pratiques très intéressants.

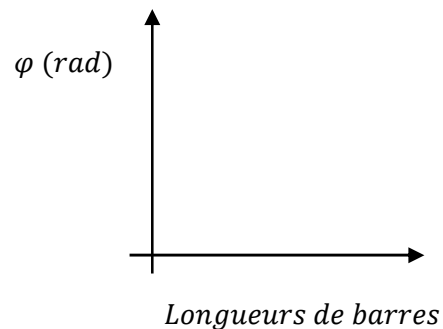
4.7.3. EXPERIENCE 2

Etude de la relation entre la **longueur de fixation** et l'**angle de torsion** d'une barre cylindrique.

a. PROCEDURE

On insère une barre d'essai dans les mandrins et on règle la longueur d'essai L à 350 mm . On applique un moment de torsion à la barre d'essai et on relève la valeur indiquée sur le comparateur. On répète la mesure avec la barre d'essai fixée à différentes longueurs.

Longueur (mm)	Comparateur (mm)
350	
300	
250	
200	
150	



b. Conclusion : La longueur de fixation est une fonction linéaire de l'angle de torsion. De plus, la courbe de régression linéaire permet de calculer la valeur expérimentale de G :

$$k_2 = \frac{M_t}{GI_P} \rightarrow G$$

Cette valeur est proche de la valeur théorique, donc cette expérience est utile pour le calcul indirect du module d'élasticité en torsion.

4.7.4. EXPERIENCE 3(exemple de calcul)

Déterminer la valeur **du module d'élasticité en torsion** de l'acier, du laiton et de l'aluminium.

PROCEDURE

On insère une barre d'essai en acier dans les mandrins et on règle la longueur d'essai (L) à 300 mm . On fait varier le moment de torsion selon les valeurs indiquées dans le tableau ci-dessous et on relève la valeur donnée sur le comparateur pour chaque moment appliqué. On répète les mesures avec la barre d'essai en aluminium.

Matériau	Peson à ressort (kg)	Comparteur (mm)
Acier	1,0	0.509
	2,0	1.035
	3,0	1.575
Aluminium	1,0	1.45
	2,0	2.94
	3,0	4.26

$$G = \frac{M_t L}{\varphi I_P}; \quad I_P = \frac{\pi d^4}{32}; \quad d = 0,008 \text{met} L = 0,3m \cdot$$

On calcule les valeurs moyennes de M_t/φ pour chaque barre d'essai puis on utilise ces valeurs pour déterminer la valeur du module d'élasticité en torsion.

Matériau	M_t/φ valeurs	M_t/φ (moyennes)	$\frac{L}{I_P}$	G (en $N \cdot m^{-2}$)	G_s en MPa
Acier	96.36	94.86	746038795.7	70 768 395 271	70 768
	94.78				
	93.43				
Aluminium	33.82	33.91	746038795.7	25 299 962 741	25 300
	33.37				
	34.54				

Les valeurs trouvées sont proches de la réalité et assurent une précision suffisante des mesures.

5. Essai de flexion

5.1 But de l'essai

- détermination du module de Young de différents matériaux (acier, aluminium, cuivre) ;
- détermination des flèches des poutres droites, isostatiques et hyperstatiques, de sections droites constantes sous différents modes de fixation ;
- vérification du principe de superposition ;
- vérification du théorème de réciprocité des travaux et déplacements virtuels.

5.2 Matériels utilisés

Bâti de flexion (appareil W 100) fig.1 ; règle métallique graduée ; comparateur à cadran ; support pour comparateur ; tiges plates en acier, aluminium et cuivre; porte poids pour poids à fente (ou poids à disque) ; poids à fente ; pied à coulisse ; supports mobiles permettant de réaliser les différents modes de fixation et de faire varier les longueurs de poutres à étudier.

5.3 Détermination du module d'élasticité (module de Young) pour différents matériaux

5.3 Principe de l'essai

Une barre plate reposant sur deux appuis simples. Etant fléchie sous l'action d'une force agissant au centre de la barre. La flèche expérimentale est mesurée à l'aide d'un comparateur à cadran. Le module d'élasticité est déterminé à partir de la flexion et des données géométriques de la barre.

Tableau 1 : Modules d'élasticité (donnés par des tableaux usuels) pour divers matériaux

matériau	acier	aluminium	cuivre	laiton
$E [N/mm^2]$	210000	70000	125000	80000

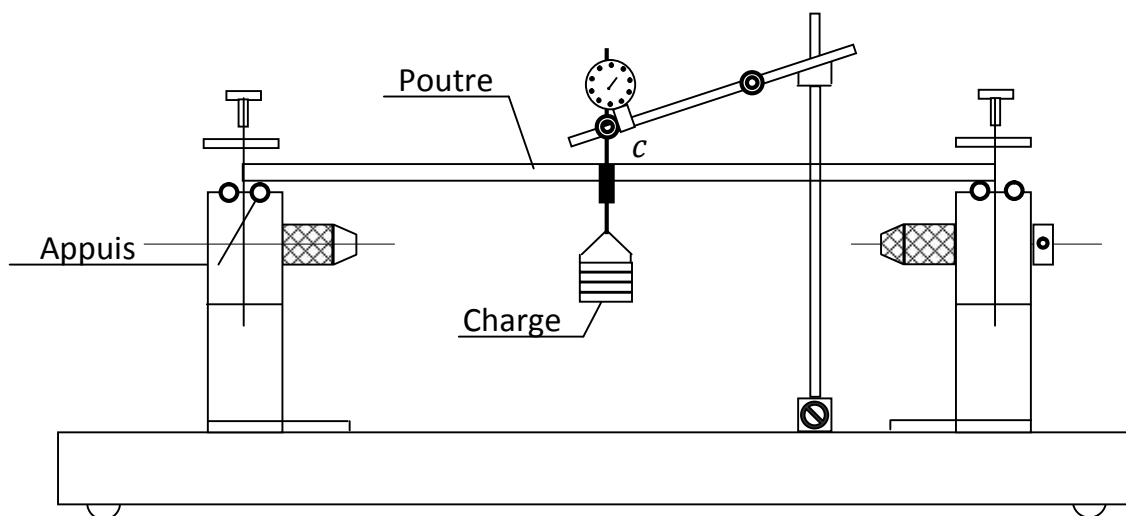


fig.5.1 banc d'essai de flexion.

5.3.1 Données utilisées

On utilise quatre barreaux plats en acier, aluminium, laiton et bronze, de dimensions suivantes :

la longueur totale du barreau est de 510 mm; la longueur entre appuis $l = 500$ mm;

l'aire de la section droite $S = 20 \times 6$ mm²;

on applique, de plus, une masse $m = 1$ kg, d'où $P = 9,81$ N – force appliquée au milieu de la poutre reposants sur deux appuis simples (fig. 5.1).

Remarque : avant l'expérience, les longueurs requises de 500 et 250 mm doivent être

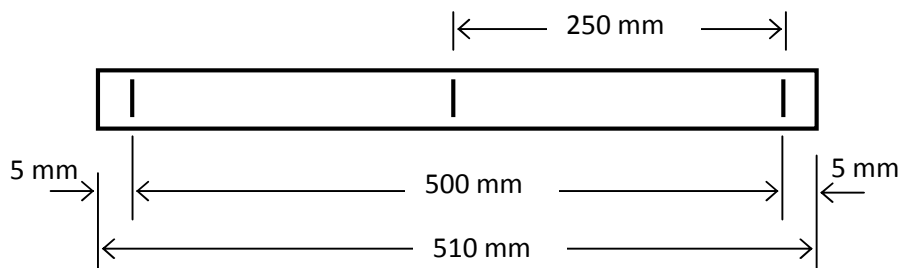


fig. 5.2

marquées sur le barreau d'essai avec un marqueur (fig. 5.2).

On mesure ensuite, à l'aide d'un comparateur, la flèche f au point C, centre de la poutre (fig. 5.1) pour les quatre barres mentionnées ci-dessus. Et à partir de la formule (1),

$$(1) f = \frac{Pl^3}{48EI}; \text{ donnant la flèche au point C, on peut calculer le module de Young } E.$$

Après quoi, on consigne tous les résultats dans le tableau n° 2, à mesure qu'on les obtiendra.

5.3.2 Calcul théorique

$$f = \frac{Pl^3}{48EI}; \text{ avec } l = \frac{20 \cdot 6^3}{12}; \text{ d'où}$$

$$E = E_m = \frac{Pl^3}{48fI} \quad (2)$$

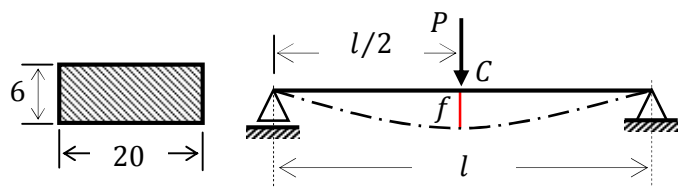


fig. 5.3

où E_m est le module de Young calculé à partir des mesures;

$l = 500$ mm; $P = 9,81$ N; $I = 360$ mm⁴;

I étant le moment d'inertie axial relativement à l'axe principal de la plus petite inertie

$$E_m = \frac{Pl^3}{48 fI} = \frac{9,81.500^3}{48.360f} = \frac{70963,542}{f} \left(\frac{N}{mm^2} \text{ ou } MPa \right)$$

▪ **Pour l'acier**

$$E_{th} = 2,1.10^5 N \cdot mm^{-2} (\text{ou } MPa);$$

$$f_m = 0,32 \text{ mm}$$

$$f_{th} = f = \frac{Pl^3}{48 EI} = \frac{9,81.500^3}{48.2,1.10^5.360} = \frac{70963,542}{2,1.10^5} = 0,34 \text{ mm};$$

$$E_m = \frac{Pl^3}{48 f_m I} = \frac{70963,542}{f_m} = \frac{70963,542}{0,32} = 221761 \text{ MPa}$$

$$\frac{E_m - E_{th}}{E_m} \times 100\% = \frac{221761 - 210000}{221761} \times 100\% = 5\%$$

▪ **Pour l'aluminium**

$$E_{th} = 70000 N \cdot mm^{-2} (\text{ou } MPa);$$

$$f_m = 1 \text{ mm}$$

$$f_{th} = f = \frac{Pl^3}{48 EI} = \frac{9,81.500^3}{48.70000.360} = \frac{70963,542}{70000} = 1,01 \text{ mm};$$

$$E_m = \frac{Pl^3}{48 f_m I} = \frac{70963,542}{f_m} = \frac{70963,542}{1} = 70964 \text{ MPa}$$

$$\frac{E_m - E_{th}}{E_m} \times 100\% = \frac{70964 - 70000}{70964} \times 100\% = 1\%$$

Pour les autres matériaux tous les résultats devront être consignés dans le tableau n°2

Tableau n°2

matériau	Flèche donnée par comparateur (mm)	Module d'élasticité E (MPa) obtenu par mesure	Module d'élasticité E (MPa) donné à partir de tables
acier	0,32	221761	210000
aluminium	1	70964	70000
cuivre	-	-	125000
laiton	-	-	80000

5.4 Vérification du principe de superposition

Les systèmes vérifiant la loi de Hooke, pour lesquels la condition de proportionnalité entre les déplacements et les forces extérieures est observée, obéissent au principe de superposition ou principe d'indépendance des effets des forces qui s'énonce comme suit :

Le résultat de l'action simultanée de plusieurs forces sur un corps élastique est égal à la somme des résultats de l'action de ces forces appliquées séparément ou successivement dans un ordre quelconque.

Il faut avoir en vue que ce principe n'est applicable que sous les deux conditions suivantes :

1. Les déplacements des points d'application des forces sont petits par rapport aux dimensions du corps (domaine de petites déformations).
2. Les déplacements résultant de la déformation du corps dépendent linéairement des forces appliquées (corps linéairement déformables).

5.4.1 Superposition des états de déformation

Prenons le cas d'une poutre reposant sur deux appuis simples soumise à deux forces P_1 en 1 et P_2 en 2. On demande de mesurer le déplacement vertical du point 3 sous l'effet de chacune des deux forces appliquées séparément, puis de mesurer Δ_3 sous l'action simultanée de ces deux forces et de vérifier le principe de superposition. Pour cela :

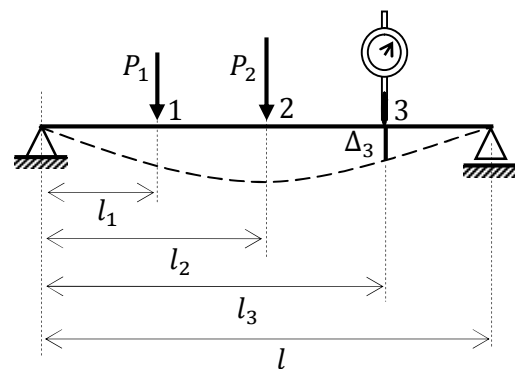


fig. 5.4

- a. mettre en place la poutre sur deux appuis ;
- b. relever sur un schéma coté les positions par rapport à l'appui gauche des charges P_1 et P_2 ainsi que celle du comparateur ;
- c. Appliquer une force P_1 en 1 et mesurer, à l'aide du comparateur, le déplacement Δ_{31} du point 3 sous l'action de la charge P_1 agissant seule ;
- d. Appliquer une force P_2 en 2 et mesurer le déplacement Δ_{32} du point 3 sous l'effet de P_2 agissant seule ;
- e. Appliquer les deux forces P_1 en 1 et P_2 en 2 simultanément et mesurer le déplacement Δ_3 .
- f. Remplir (ou compléter) les tableaux 3 et 4 ; faire les mesures pour deux configurations différentes du triplet $\{l_1, l_2, l_3\}$;
- g. Vérifier les résultats.

Tableau 3 : Positions des charges et déplacements

<i>POUTRE</i>	<i>Longueurentreappuis (lenmm)</i>	<i>positiondeP₁ l₁(mm)</i>	<i>positiondeP₂ l₂(mm)</i>	<i>positionducomparateur l₃(mm)</i>
N°1	500	100	250	400
N°2	500			

Tableau 4, 1 : Relevé des flèches (déplacements) expérimentales pour la poutre n°1

positions	(1) charge P_1	(2) charge P_2	(3) comparateur/déplacement	
Etat de charge 1	$P_1 =$	*	$\Delta_{31} =$	$\Delta_{31} + \Delta_{32} =$
Etat de charge 2	*	$P_2 =$	$\Delta_{32} =$	
Etat 3	$P_1 =$	$P_2 =$	$\Delta_3 =$	

Tableau 4, 2 : Relevé des flèches expérimentales pour la poutre n°2

positions	(1) charge P_1	(2) charge P_2	(3) comparateur/déplacement	
Etat de charge 1	$P_1 =$	*	$\Delta_{31} =$	$\Delta_{31} + \Delta_{32} =$
Etat de charge 2	*	$P_2 =$	$\Delta_{32} =$	
Etat 3	$P_1 =$	$P_2 =$	$\Delta_3 =$	

5.4.2 Vérification du principe de réciprocité de MAXWELL-BETTI.

- Théorème de réciprocité des travaux (Betti)

Dans un système élastique proportionnel soumis *successivement* à deux états de charge P_i et F_j assurant chacun l'équilibre, le travail des forces de l'état P_i pour les déplacements (Δ_{ij}) provoqués par les forces F_j est égal au travail des forces F_j pour les déplacements (Δ_{ji}) provoqués par l'application des forces P_i , soit :

$$P_i \cdot \Delta_{ij} = F_j \cdot \Delta_{ji} \quad (1)$$

Pour démontrer ce théorème, considérons une poutre simple soumise à deux forces concentrées (chargement le plus simple) appliquées successivement à la poutre dans un ordre quelconque.

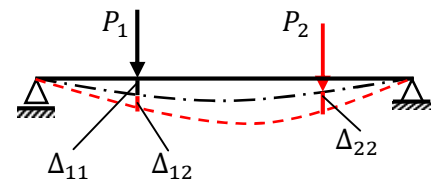


fig.5.5

Calculons le travail effectué par les forces P_1 et P_2 dans les deux cas suivant :

- I. Appliquons d'abord P_1 , puis on fait subir à la poutre déformée la force P_2 (fig.5.5) :

Lors de l'application de P_1 , elle réalise le travail $W_{11} = \frac{1}{2} P_1 \Delta_{11}$, $P_2 = 0$, ainsi son travail est nul.

Lors de l'application, à la poutre déformée, le chargement P_2 : la force P_1 étant constante, elle réalise le travail $W_{12} = P_1 \Delta_{12}$, et P_2 fournit le travail $W_{22} = \frac{1}{2} P_2 \Delta_{22}$. Nous avons donc, selon la première succession de sollicitation :

$$W_I = \frac{1}{2} P_1 \Delta_{11} + P_1 \Delta_{12} + \frac{1}{2} P_2 \Delta_{22}$$

- II. La poutre est chargée de P_2 puis P_1 , de la même manière, on trouve

$$W_{II} = \frac{1}{2} P_1 \Delta_{11} + P_2 \Delta_{21} + \frac{1}{2} P_2 \Delta_{22}$$

Compte tenu du principe de l'indépendance de l'effet des forces, nous avons $W_I = W_{II}$ d'où

$$P_1 \Delta_{12} = P_2 \Delta_{21} \quad (2)$$

Ce qui démontre le théorème de **réciprocité des travaux virtuels des forces extérieures**.

Le théorème de réciprocité des travaux conduit à celui de la **réciprocité des déplacements (théorème de Maxwell)** :

En posant $P_1 = P_2$, on obtient, compte tenu, de la formule (1)

$$\Delta_{12} = \Delta_{21} \quad (3)$$

En posant $P_1 = P_2 = 1$, on obtient :

$$\delta_{12} = \delta_{21} \quad (3)$$

Remarquons que les déplacements entraînés par la force unitaire sont notés $\delta_{12}, \delta_{21}, \delta_{11}, \delta_{22}$, au lieu de $\Delta_{12}, \Delta_{21}, \Delta_{11}, \Delta_{22}$, adoptés pour la notation des déplacements produits par des forces quelconques.

Manipulation

- Appliquer une force P_1 en 1 (point distant de l_1 de l'appui gauche) et mesurer le déplacement Δ_{21} à l'abscisse l_2 choisie (fig.5.6) ;
- Appliquer une force P_2 en 2 (à distance l_2 de l'appui gauche) et mesurer le déplacement Δ_{12} à l'abscisse l_1 ;
- Faire les mesures pour trois configurations différentes du doublet (l_1, l_2) ;
- De quel théorème témoignent les résultats obtenus ? avec quelle précision ?

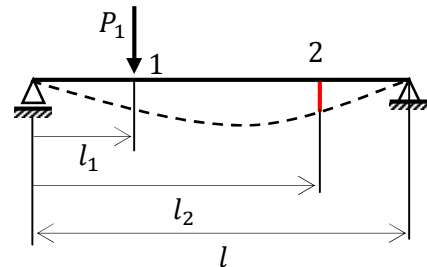


fig. 5.6

6. Essai de dureté

6.1 Définition

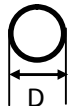
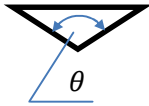
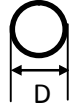
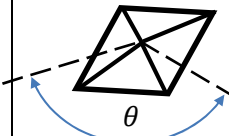
La dureté, de symbole général H (de l'anglais -hardness), est une propriété mécanique qui exprime la résistance d'un matériau soumis à une déformation plastique localisée (petites indentation ou rayure).

Beaucoup de méthodes servent à l'évaluation de la dureté ; les plus courantes consistent à mesurer la **résistance à la pénétration**. C'est à cette catégorie d'essais qu'on se limitera dans le présent TP.

6.1.1 Essais de dureté par pénétration

6.1.2 Principe de l'essai

Un pénétrateur, de formes différentes (tableau 1), suffisamment dur pour ne pas être déformé par le matériau à essayer entre de force dans la surface de la pièce, les conditions de charge et de vitesse d'application étant contrôlées. La profondeur ou dimension de l'empreinte (indentation) résultante est mesurée et rapportée à un nombre de dureté. Plus le matériau est mou, plus l'empreinte est grande et profonde et plus le nombre d'indexation de la dureté est petit.

Tab1				
Pénétrateur	Brinell	Rockwell		Vickers
Nature	Acier trempé ou carbure de tungstène	Diamant	Acier trempé	diamant
Forme	sphère	cône	Sphère	Pyramide à base carrée
Dimensions	 D=10mm ; 5mm ; 2,5 mm ; 1mm.	 $\theta = 120^\circ$	 D=1,587 mm D=3,175 mm	 $\theta = 136^\circ$

Les essais de dureté sont relativement économiques pour les raisons suivantes :

L'appareillage de l'essai est relativement peu cher ; il n'est pas nécessaire d'utiliser une éprouvette spéciale ; l'essai est non destructif- la déformation de l'éprouvette n'est qu'une simple indentation.

L'essai peut renseigner sur la résistance à l'usure, l'homogénéité du matériau, traitement thermique.



Fig. 1 machine d'essais de dureté

6.1.3 Machine d'essais

La machine d'essais de dureté présente au laboratoire, permettant de faire les trois types d'essais, est WOLPERT-TESTOR ; fig.1

6.2.1 Essai de dureté Brinell (HB)

Le pénétrateur est une bille polie en acier trempé (HBS) ou en carbure de tungstène (HBW) de diamètre $D=10$ mm pour une charge F de 3000 kgf (tab1 & fig.2). La charge F est maintenue pendant 15 à 30 s. selon le solide. Après le retrait de la charge elle laisse une empreinte circulaire permanente dont le diamètre d est d'autant plus grand que le métal est moins dur et que la bille s'enfonce plus profondément dans le métal.

La mesure du diamètre d de l'empreinte peut se faire à 0,05 mm près au moyen d'une réglette dite réglette de Châtelier.

La dureté s'exprime par le rapport de la charge F à la surface S de la calotte sphérique imprimée dans le métal.

$$HB = \frac{F}{S} = \frac{2 \times 0,102F}{\pi D(D - \sqrt{D^2 - d^2})} \quad (6.1)$$

$F(N)$ – charge en Newton;

$D(mm)$ – diamètre de la bille ;

$d(mm)$ – diamètre de l'empreinte.

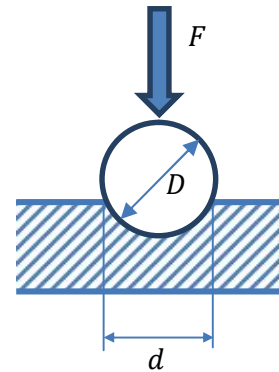


fig. 2 – dureté Brinell

6.2.2 Essai de dureté Rockwell (HR)

L'essai consiste à mesurer en deux étapes la profondeur rémanente de l'empreinte laissée par un pénétrateur, bille d'acier ou cône de diamant, dans le matériau à tester en appliquant deux charges d'intensité F_0 et F_1 en trois étapes ($F_0, F_0 + F_1, F_0$).

La dureté, dans ce cas, contrairement à Brinell et Vickers, est obtenue par lecture directe d'une longueur d'enfoncement d'un pénétrateur. Une précharge (F_0) permet de faire une empreinte initiale en vue d'éliminer les incertitudes propres aux défauts de surface.

- **Essai à la bille**

- une bille d'acier trempé, polie, de diamètre 1,587 mm (essais B ou F) ou 3,175 mm (essai E). L'essai à la bille n'est pas recommandé si $HB > 250$. L'empreinte peut être réalisée sur une surface brute (mais exempte d'oxydation).

- **Essai au cône de diamant**

- un cône de diamant (essai C) de section circulaire, d'angle au sommet 120° , à pointe arrondie sphérique (rayon de 0,2 mm). L'angle au sommet 120° est utilisé pour le contrôle de la dureté des matériaux durs $HB > 250$. L'empreinte doit être réalisée sur une surface propre.

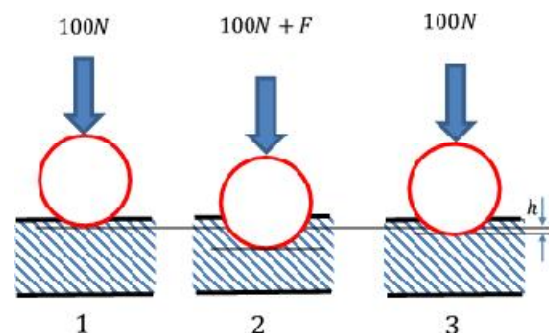


fig. 3 – essai de dureté Rockwell B

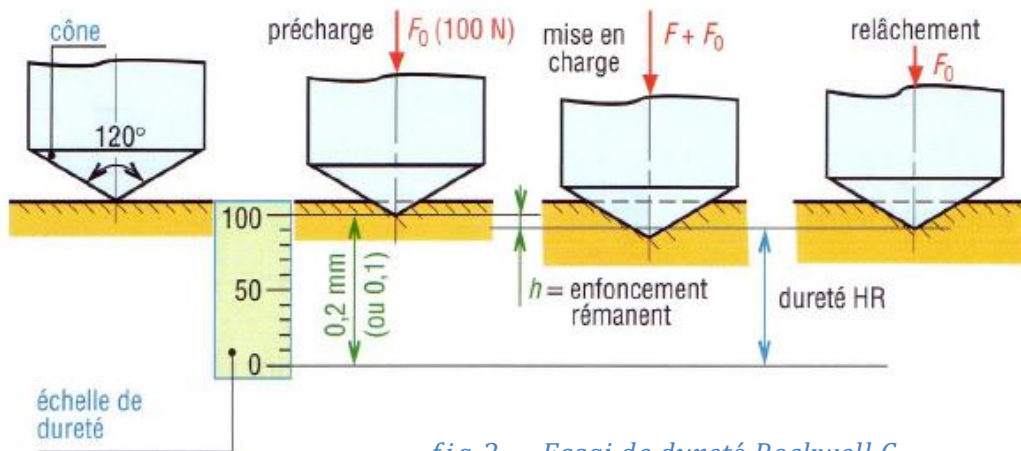


fig. 3 – Essai de dureté Rockwell C

6.2.3 Essai de dureté Vickers (HV)

L'essai consiste à imprimer dans le métal étudié un pénétrateur de diamant de forme pyramidale à base carrée, d'angle au sommet de 136° , sous l'action d'une charge F .

Le diamètre laisse une empreinte carrée dont on peut mesurer la longueur de la diagonale (ou la moyenne des deux diagonales) à $0,002$ mm près, grâce à un microscope liée à la machine. La dureté Vickers HV est le quotient de la charge d'essai F par l'aire de l'empreinte de diagonale D

$$HV = \frac{2 \times 0,102F \sin(136^\circ/2)}{D^2};$$

ou

$$HV = 1,8544 \times \frac{0,102F}{D^2}.$$

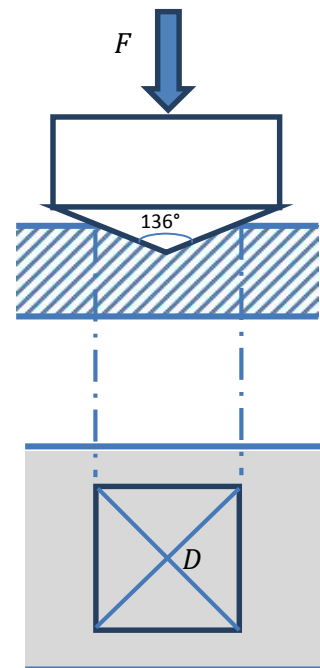


fig. 4 – Dureté Vickers

La charge utilisée le plus couramment est 294 N (30 kgf).

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

Agati, P., Lerouge, F., & Rossetto, M. (2004). *Résistance des matériaux*. Éditions Dunod,.

Bazergui, A. (2002). *Résistance des matériaux*. Presses inter Polytechnique.

Courbon, J. (1988). *Résistance des matériaux*. Ed. Techniques Ingénieur.

Dieter, G. E., & Bacon, D. J. (1986). *Mechanical metallurgy* (Vol. 3). New York: McGraw-Hill.

L. Weber, J.-M. Drezet, Travaux pratiques – Matériaux TPI (MX2) et Métaux et alliages (GM2), Polycopie EPFL, Edition 2010.

Mécanique de l'ingénieur, Y. B., & Tome, I. I. (1981). Hermann.

Morin, M. (1862). *Résistance des matériaux* (Vol. 1). L. Hachette et Cie.

Norme NF EN ISO 6892, Matériaux métalliques — Essai de traction, 2009

Norme NF EN ISO 148, Matériaux métalliques — Essai de flexion.

Spénlé, D., & Gourhant, R. (1992). Guide du calcul en mécanique: à l'usage des élèves de l'enseignement technique industriel, lycées techniques et lycées professionnels, instituts universitaires de technologie, section de techniciens supérieurs, des auditeurs de la formation continue, des techniciens en activité dans les entreprises. Hachette technique.

Timoshenko, S. P. (1968). *Résistance des matériaux*. Paris: Dunod, | c1968/1972, 1.

ANNEXES

Contrôle n°1

Module : TP RDM ; Licence 2° année-tronc commun.

Q 1 (1p): Que peut-on trouver à partir de la région linéaire de la courbe de traction ?

Q2(1p) : Quelles sont les unités de la déformation unitaire ?

Q3(3p) : Lequel des deux matériaux, selon la figure 1 :

- i. est le plus élastique ;
- ii. a le module d'élasticité le plus élevé ;
- iii. est le plus rigide.

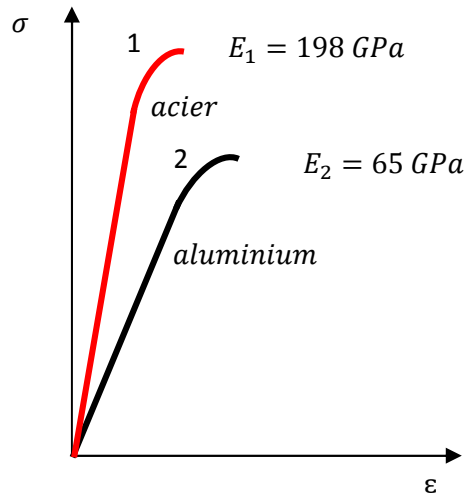
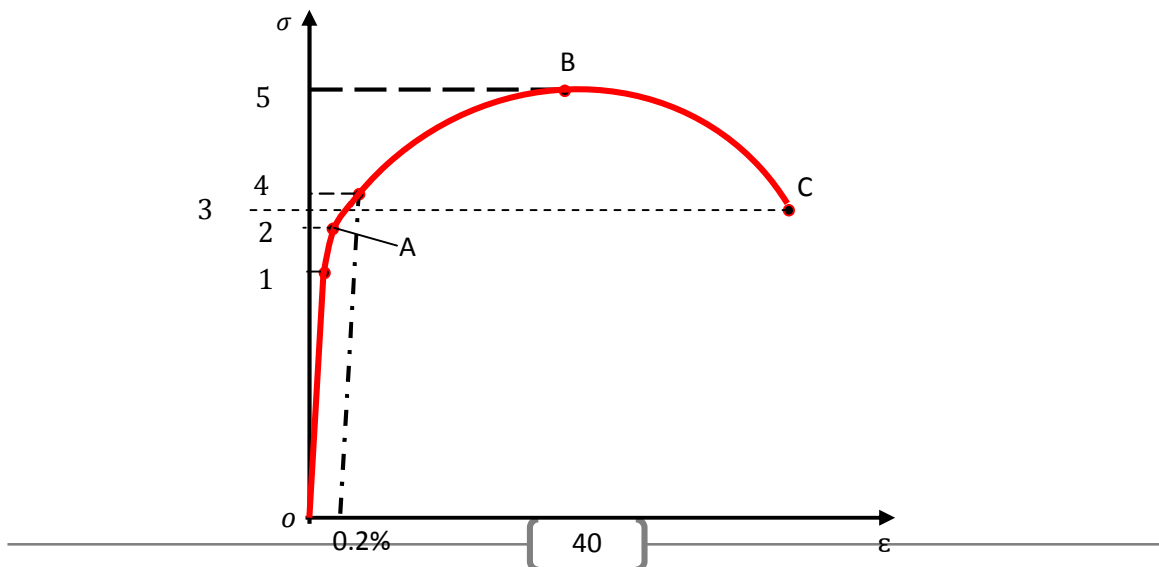


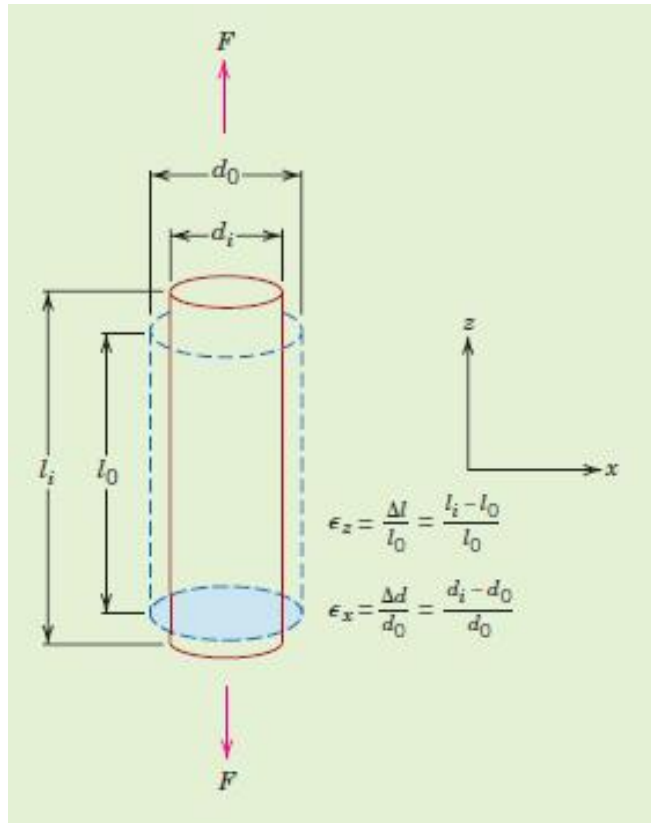
Figure1 : région élastique de l'acier et l'aluminium

Q4 (5p) : à partir de la courbe de traction suivante, associer le chiffre au symbole qu'il représente et à sa définition.



Q5 (5 points)

On applique une contrainte de traction le long de l'axe longitudinal d'une tige cylindrique en laiton, présentée à la figure ci-contre, dont le diamètre est de 10 mm ; le module d'élasticité $E = 97\text{ GPa}$ et le coefficient de Poisson $\nu = 0,34$. Calculer la charge nécessaire pour rétrécir le diamètre de $2,5 \cdot 10^{-3}\text{ mm}$ si la déformation est entièrement élastique.



Q6 (5 points)

On a effectué un essai de résilience Charpy sur une éprouvette en V d'acier. La figure ci-dessous montre la position du marteau du mouton pendule avant et après la rupture ; étant donné que $m = 25\text{ kg}$ – masse du marteau ; $g = 10\text{ m/s}^2$ – accélération terrestre ;

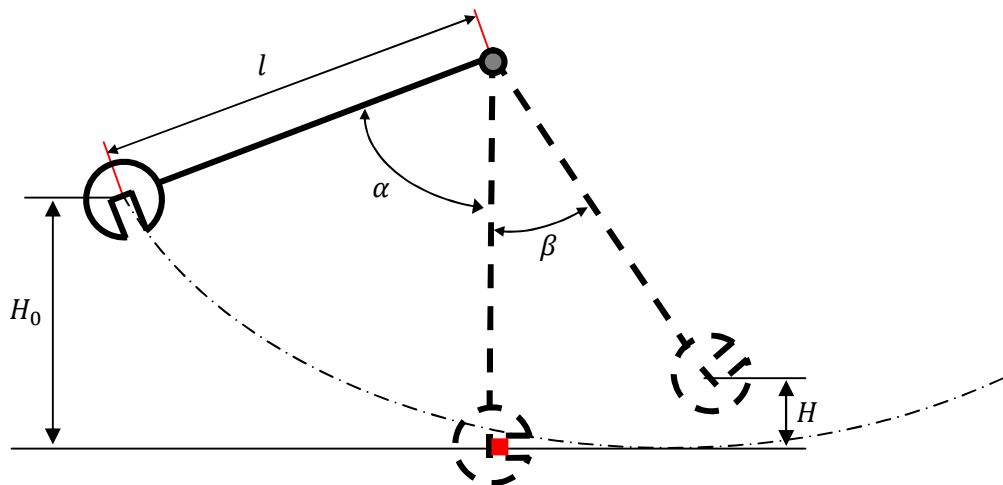
$\alpha = 70^\circ$ – angle de chute du pendule ; $\beta = 35^\circ$ – angle de remontée ;

$l = 74\text{ cm}$ – longueur du pendule (distance du centre de gravité de la masse pendante à

l'axe de rotation) ; H_0 – hauteur initiale du pendule ; H – hauteur finale.

- Trouver l'expression de l'énergie de rupture de l'éprouvette (KV) et déduire la valeur de la résilienc

e_{a_k} , sachant que la section à l'endroit de l'entaille est égale à 80 mm^2



Corrigé type

Q₁ (1 pt)

- le module de Young E ou le module d'élasticité longitudinale ;
- la limite de proportionnalité ;
- le coefficient de Poisson.

Q₂ (1 pt)

Sans unité.

Q₃ (3 pts)

- i. 2 ;
- ii. 1 ;
- iii. 1.

Q₄ (5 pts)

1. σ_{pr} – point où la courbe **contrainte – déformation** cessé d'être linéaire;
2. σ_e ou R_e – contrainte à laquelle commence la déformation plastique;
3. $\sigma_{0,2}$ ou $R_{0,2}$ – contrainte correspondant à une déformation résiduelle de 0,2%;
4. σ_m ou R_m – la plus grande contrainte que peut atteindre l'éprouvette en traction;
5. σ_{rup} – point correspondant à la rupture finale de l'éprouvette.

Q₅

Sous l'action de la force F, l'éprouvette s'allongera dans le sens z et son diamètre diminuera de

$\Delta d = 2,5 \cdot 10^{-3} \text{ mm}$ dans le sens x, de sorte que la déformation (1 pt)

$$\varepsilon_x = \frac{\Delta d}{d_0} = \frac{-2,5 \cdot 10^{-3} \text{ mm}}{10 \text{ mm}} = -2,5 \cdot 10^{-4} \text{ est négative puisque le diamètre diminue. (1 pt)}$$

La déformation dans le sens z a pour valeur

$$\varepsilon_z = -\frac{\varepsilon_x}{\nu} = -\frac{(-2,5 \cdot 10^{-4})}{0,34} = 7,35 \cdot 10^{-4} \text{ (1 pt)}$$

La contrainte appliquée s'écrit

$$\sigma = E \varepsilon_z = 97 \cdot 10^3 \cdot 7,35 \cdot 10^{-4} = 71,3 \text{ MPa (1 pt)}$$

Et la force appliquée est calculée d'après l'égalité

$$F = \sigma \cdot S_0 = \sigma \left(\frac{d_0}{2} \right)^2 \pi = 71,3 \cdot 10^6 \frac{\text{N}}{\text{m}^2} \cdot \left(\frac{10 \cdot 10^{-3} \text{ m}}{2} \right)^2 \pi = 5\,600 \text{ N. (1 pt)}$$

Q₆

$$H_0 = l - l \cos \alpha = l(1 - \cos \alpha); H = l - l \cos \beta = l(1 - \cos \beta);$$

L'énergie absorbée par le choc s'écrit alors

$$CV = mg(H_0 - H) = mgl(\cos \beta - \cos \alpha);$$

$$ou CV = 25 \cdot 10 \cdot 0,74(\cos 35 - \cos 70) = 185(0,819 - 0,342) = 88,245 \text{ Nm} \approx 88 \text{ J} \text{ (3 pts)}$$

Et la résilience a donc pour valeur

$$a_k = \frac{KV}{S} = \frac{88}{0,8} = 110 \text{ J/cm}^2 \text{ (2 pts)}$$

